

114 學年度四技二專第二次聯合模擬考試

共同科目 數學(A)卷 詳解

數學(A)卷

114-2-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	B	D	A	D	A	B	A	D	C	B	A	B	B	C	C	A	C	D	A	D	B	B	C

1. 設彈簧原長度為
- x
- 公分

$$\text{由定律得 } \frac{50}{20-x} = \frac{100}{24-x}$$

$$\Rightarrow 50(24-x) = 100(20-x) \Rightarrow (24-x) = 2(20-x)$$

$$\Rightarrow 24-x = 40-2x \Rightarrow x=16$$

故選(C)

2. 直線
- $2x-3y+1=0$
- 的斜率為
- $\frac{2}{3}$

$$\text{直線 } L \text{ 的斜率為 } \frac{a-7}{1-(-2)} = \frac{a-7}{3}$$

$$\text{由 } \frac{2}{3} = \frac{a-7}{3} \text{ 得 } a=9$$

故選(D)

- 3.
- x^3
- 項係數為

$$(-2) \times 5 + 3 \times (-2) + (-1) \times 3 + 4 \times 1$$

$$= -10 - 6 - 3 + 4 = -15$$

故選(B)

4. 依題意，設
- $f(x)$
- 除以
- $2x+1$
- 所得商式為
- $q(x)$

$$\text{則 } f(x) = (2x+1) \cdot q(x) + (-2)$$

$$= 2(x+\frac{1}{2}) \cdot q(x) + (-2) = (x+\frac{1}{2}) \cdot 2q(x) + (-2)$$

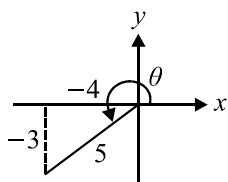
$$\text{即 } f(x) \text{ 除以 } x+\frac{1}{2} \text{ 的餘式為 } -2$$

故選(D)

5. 因
- $\tan \theta = \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow \theta$
- 可能為第一、三象限角...①

又點 P 的 y 坐標為 -3 $\Rightarrow \theta$ 可能為第三、四象限角...②由①、②可知 θ 為第三象限角

$$\tan \theta = \frac{3}{4} = \frac{-3}{-4}, \text{ 作圖如下}$$



$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{-4}{5}$$

故選(A)

6. 由分點公式可知，數線上三點
- a
- 、
- b
- 、
- c
- 有兩種可能的位置

$$(1) \begin{array}{c} 1 \quad 2 \\ | \quad | \\ a \quad b \quad c \end{array} \quad (2) \begin{array}{c} 2 \quad 1 \\ | \quad | \\ c \quad b \quad a \end{array}$$

 $\Rightarrow a$ 到 c 的距離為 a 到 b 的距離之 3 倍即 $|a-c| = 3|a-b|$ ，故選(D)

7. 由
- $|3a+b-2| + |a-2b-3| = 0$

$$\Rightarrow |3a+b-2| = |a-2b-3| = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a+b-2=0 \\ a-2b-3=0 \end{cases}$$

解得 $a=1$ 、 $b=-1$ 即 $a+b=0$

故選(A)

8. (A) 坡度為
- $\frac{21}{280} = \frac{3}{40} < \frac{1}{12}$

(B) 坡度為 $\frac{18}{170} > \frac{1}{10}$ ，不合(C) 坡度為 $\frac{4}{21} < \frac{1}{5}$ (D) 坡度為 $\frac{2}{5} < \frac{1}{2}$

故選(B)

9. 通過
- $A(0, -20)$
- 與
- $B(-15, 0)$
- 兩點的直線方程式為

$$\frac{x}{-15} + \frac{y}{-20} = 1 \Rightarrow 4x + 3y + 60 = 0$$

$$\text{最短距離 } d = \frac{|0+0+60|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{60}{5} = 12$$

故選(A)

10. 由除法原理可設

$$2x^3 - 3x^2 + kx - 5 = (x^2 - x + 1) \cdot q(x) + (-x - 4)$$

$$\Rightarrow 2x^3 - 3x^2 + (k+1)x - 1 = (x^2 - x + 1) \cdot q(x)$$

利用長除法

$$\begin{array}{r} 2-1 \\ 1-1+1 \overline{) 2-3+(k+1)-1} \\ \underline{2-2+ \quad 2} \\ -1+(k-1)-1 \\ \underline{-1+ \quad 1 \quad -1} \\ 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow k-1-1=0 \Rightarrow k=2$$

故選(D)

11. 利用因式定理：

$$f(1) = f(2) = 0 \Rightarrow x-1, x-2 \text{ 為 } f(x) \text{ 的因式}$$

$$\text{設 } f(x) = (x-1)(x-2)(x+a)$$

$$\text{因 } f(3) = 12 \Rightarrow f(3) = 2 \cdot 1 \cdot (3+a) = 12$$

$$\Rightarrow a=3$$

$$\text{即 } f(x) = (x-1)(x-2)(x+3)$$

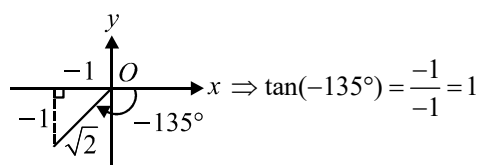
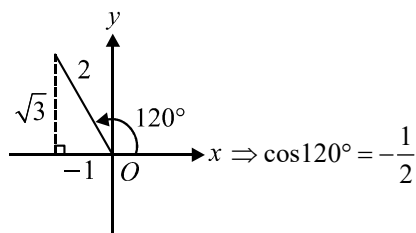
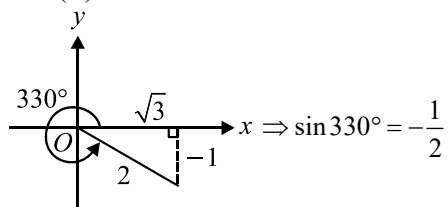
故選(C)

12. 扇形的圓心角 θ 為 $2 \times 30^\circ = 60^\circ$ ，即 $\theta = \frac{\pi}{3}$

由面積 $A = \frac{1}{2}r^2\theta$ ，得 $A = \frac{1}{2} \times 30^2 \times \frac{\pi}{3} = 150\pi$

故選(B)

13.



所求為 $(-\frac{1}{2}) + (-\frac{1}{2}) - (-1) = -2$

故選(A)

14. 設 $A(0)$ 、 $C(1000)$

依題意，得 $B(30t)$ ， $\overline{BC} = |30t - 1000|$

由 $20 \leq d \leq 50$ 得 $20 \leq |30t - 1000| \leq 50$

$\Rightarrow (1) 20 \leq 30t - 1000 \leq 50$

$1020 \leq 30t \leq 1050$

$34 \leq t \leq 35$

(2) $-50 \leq 30t - 1000 \leq -20$

$950 \leq 30t \leq 980$

$31.6 \leq t \leq 32.6$

由(1)(2)可知， t 的可能值為 32、34、35，故選(B)

15. 配方 $h = -\frac{1}{2}t^2 + 4t + 2$ 得 $h = -\frac{1}{2}(t^2 - 8t) + 2$

$$= -\frac{1}{2}(t^2 - 8t + 16 - 16) + 2 = -\frac{1}{2}(t - 4)^2 + 10$$

可知當 $t = 4$ 時有最大值 10，當 $t = 8$ 時有最小值 2

\Rightarrow 最高潮與最低潮的高度相差 $10 - 2 = 8$ 公尺

故選(B)

16. 依題意，此直線必通過 \overline{BC} 的中點

\overline{BC} 的中點 $M(\frac{-2+6}{2}, \frac{-6+0}{2}) = (2, -3)$

又 L 的斜率為 $m_{AM} = \frac{-3-4}{2-(-1)} = \frac{-7}{3}$

由點斜式得 $L: y - 4 = \frac{-7}{3}[x - (-1)]$

$$\Rightarrow 3y - 12 = -7x - 7$$

$$\Rightarrow 7x + 3y - 5 = 0, \text{ 得 } a = 7, c = -5$$

即 $a + c = 2$

故選(C)

17. 因直線 L 與直線 $2x + y + 3 = 0$ 平行

$$\text{設 } L: 2x + y + k = 0$$

令 $x = 0 \Rightarrow y = -k \Rightarrow$ 直線 L 與 y 軸交於 $(0, -k)$

令 $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{k}{2} \Rightarrow$ 直線 L 與 x 軸交於 $(-\frac{k}{2}, 0)$

直線與兩坐標軸在第三象限所圍成的三角形面積為

$$\frac{1}{2} \times \left| -\frac{k}{2} \right| \times |-k| = 9 \Rightarrow k^2 = 36$$

$$\Rightarrow k = \pm 6 \text{ (負不合)}$$

即直線 L 的方程式為 $2x + y + 6 = 0$

故選(C)

18. 設餘式為 $ax + b$

依題意， $f(2) = 7$ ， $f(-3) = 2$

$$\text{設 } f(x) = (x-2)(x+3)q(x) + ax + b$$

$$\text{由 } f(2) = 7 \Rightarrow 2a + b = 7, f(-3) = 2 \Rightarrow -3a + b = 2$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 5$$

即餘式為 $x + 5$

故選(A)

19. $x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$

$$x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$$

依題意可設

$$f(x) = (x-2)(x+1)q_1(x) + 3x + 2$$

$$= (x+2)(x+1)q_2(x) + 2x + k$$

$$x = -1 \text{ 代入得 } -3 + 2 = -2 + k \Rightarrow k = 1$$

故選(C)

20. 因 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ 、 $\sin \beta = \frac{5}{13}$ 、 $\sin \gamma = \frac{8}{17}$

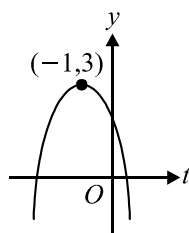
又 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ， $\sin \theta$ 為遞增函數且 $\frac{3}{5} > \frac{8}{17} > \frac{5}{13}$

$$\Rightarrow \sin \alpha > \sin \gamma > \sin \beta$$

即 $a > c > b$

故選(D)

21. 令 $\sin x = t$ ，原式 $\Rightarrow y = -2(t+1)^2 + 3$ 之圖形如下圖中開口向下的拋物線



因 $-1 \leq \sin x = t \leq 1$

\Rightarrow 當 $t = -1$ 時， y 有最大值 $M = 3$

當 $t = 1$ 時， y 有最小值 $m = -2(1+1)^2 + 3 = -5$

$$\Rightarrow M + m = 3 + (-5) = -2$$

故選(A)

22. 圖形通過 $(\frac{\pi}{4}, 2)$ ，將 $x = \frac{\pi}{4}$ 分別代入

$$(A) \sin 2 \cdot \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$(B) \cos 2 \cdot \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$(C) 2 \cos 2 \cdot \frac{\pi}{4} = 2 \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$(D) 2 \sin 2 \cdot \frac{\pi}{4} = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2$$

故選(D)

[另解]

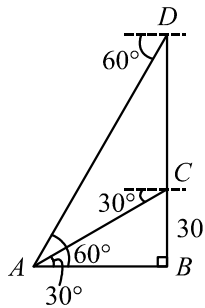
(1) 函數的最大值、最小值分別為 2、-2，則(A)(B)不可能

(2) 週期為 π

(3) 將 $x = 0$ 代入 $y = 2 \cos 2x$ 得 $y = 2$ ，不合

故選(D)

23. 依題意，作圖如下



$$\triangle ABC \text{ 中, } \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \tan 30^\circ \Rightarrow \frac{30}{\overline{AB}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \overline{AB} = 30\sqrt{3}$$

$$\triangle ABD \text{ 中, } \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \tan 60^\circ \Rightarrow \frac{\overline{BD}}{30\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \overline{BD} = 90$$

$$\Rightarrow \overline{CD} = \overline{BD} - \overline{BC} = 90 - 30 = 60 \text{ 公尺}$$

故選(B)

24. $f(2x)$ 的次數為 3 次，領導係數為 $3 \cdot 2^3 = 24$

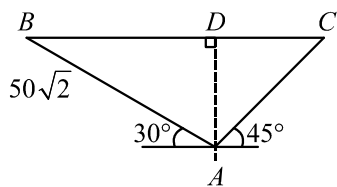
$g(3x)$ 的次數為 2 次，領導係數為 $2 \cdot 3^2 = 18$

$\Rightarrow f(2x) + g(3x)$ 的次數為 3，且領導係數為 24

即 $a = 3$ ， $b = 24 \Rightarrow a + b = 27$

故選(B)

25. 依題意，作圖如下



$\triangle ABD$ 中， $\angle ABD = 30^\circ$

$$\Rightarrow \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \sin 30^\circ \Rightarrow \frac{\overline{AD}}{50\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overline{AD} = 25\sqrt{2}$$

$\triangle ACD$ 中， $\angle ACD = \angle CAD = 45^\circ$

$$\Rightarrow \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \sin 45^\circ \Rightarrow \frac{25\sqrt{2}}{\overline{AC}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \overline{AC} = 50 \text{ 公尺}$$

故選(C)